

المحاضرة الأولى بتاريخ ٢٠١٥/٥/٨

الدوال :

هى عبارة عن علاقة بين متغيرين أو أكثر بعضهم يؤثر على الآخر

الشكل العام : $y=f(x)$

قيمة الدالة تتوقف على أساس قيمة x

تذكير

$$(1)^n = 1$$

$$\infty * \infty = \infty$$

$$\infty / \infty = \infty$$

$$1/\infty = \text{Zero}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^\infty = \infty$$

$$Y = x+1$$

فإذا $10 < x < 20$ تكون بالتالى $11 < y < 21$

$$Y = x^2$$

وإذا $1 < x < 2$ تكون بالتالى $1 < y < 4$

أنواع الدوال

١. الدالة الثابتة :

$$y=f(x) = a$$

$$b < x < c$$

EX:

$$Y = f(x) = 5 \quad 1 < x < 2$$

x مهما كانت قيمة $y = 5$

٢. الدالة الصريحة و الضمنية :

$$y = f(x) = 2x^2 + 3x + 1 \quad \text{الصريحة}$$

$$y^2 + x^2 = 12 \quad \text{الضمنية}$$

٣. الدالة المباشرة و العكسية :

$$y=f(x) = 5x+1 \quad \text{مباشرة}$$

$$x = \frac{y-1}{5} \quad \text{عكسية}$$

تذكير

$$(-x)^4 = (x)^4$$

$$(-x)^5 = -x^5$$

٤. الدالة الزوجية و الدالة الفردية :

$$f_{(-x)} = f_{(x)} \quad \text{الزوجية}$$

$$f_{(-x)} = - f_{(x)} \quad \text{الفردية}$$

$$f_{(-x)} \neq - f_{(x)} \text{ and } f_{(-x)} \neq f_{(x)} \quad \text{لا فردية و لا زوجية}$$

<u>EX1:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x^2$	<u>EX2:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x^3$
$f_{(-x)} = (-x)^2 = x^2 = f_{(x)}$ ٥ الدالة زوجية	$f_{(-x)} = (-x)^3 = (-1)^3 x^3 = -x^3 = -f_{(x)}$ ٥ الدالة فردية
<u>EX3:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x^2 + 1$	<u>EX4:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x^2 - 2x + 1$
$f_{(-x)} = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f_{(x)}$ ٥ الدالة زوجية	$f_{(-x)} = (-x)^2 - 2(-x) + 1 = x^2 + 2x + 1 \neq$ $f_{(x)} \neq -f_{(x)}$ ٥ الدالة لا فردية و لا زوجية
<u>EX5:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x + 1$	<u>EX6:</u> حدد نوع الدالة $f_{(x)} = x^3 - x^2 + 1$
$f_{(-x)} = -x + 1 \neq f_{(x)} \neq -f_{(x)}$ ٥ الدالة لا فردية و لا زوجية	$f_{(-x)} = (-x)^3 - (-x)^2 + 1 = -x^3 - x^2 + 1$ $\neq f_{(x)} \neq -f_{(x)}$ ٥ الدالة لا فردية و لا زوجية

٥. الدالة الخطية :

علاقة بين x و y في دالة من الدرجة الأول

$$f_{(x)} \rightarrow y = x$$

$$f_{(x)} \rightarrow y = a_0 + a_1 x$$

EX:

$$Y = 5x + 1$$

$$Y = x + 1$$

$$Y = 10(x + 4)$$

٦. الدالة كثيرة الحدود :

$$f_{(x)} \rightarrow y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

EX:

$$y = 10x^9 + 5x^{10}$$

حل المعادلات الخطية

حل المعادلة هو أجد جذورها التي تحققها

<u>EX1:</u> $Y = f(x) = 5x + 1$ $5x + 1 = 0$ $5x = -1$ $X = \frac{-1}{5}$	<u>EX2:</u> $5x + 1 = 2$ $5x = 2 - 1 = 1$ $X = \frac{1}{5}$
<u>EX3:</u> $3x + 2 = 0$ $3x = -2$ $X = \frac{-2}{3}$	<u>EX4:</u> $X^2 + x = 0$ $X(x + 1) = 0$ $X = 0$ $X - 1 = 0$ $X = 1$

حل المعادلات من الدرجة الثانية بطريقة المقصص :

بتحليل الطرف الاول و الاخير ووضع اشارات افتراضية حتى يصبح مجموع حاصل ضرب كلا من الطرفين (السهم الاسود) (السهم الأزرق) يساوى الطرف الاوسط

<u>EX5:</u> $X^2 - x - 2 = 0$ $\begin{array}{c} X \swarrow - \nearrow 2 \\ x \swarrow + \nearrow 1 \end{array}$ $X - 2 \quad x = -x$ $(x - 2)(x + 1) = 0$ $X - 2 = 0$ $x + 1 = 0$ $X = 2$ $x = -1$	-
<u>EX6:</u> $X^2 - X - 6 = 0$ $\begin{array}{c} X \swarrow - \nearrow 3 \\ x \swarrow + \nearrow 2 \end{array}$ $2X - 3 \quad x = -x$ $(X - 3)(X + 2) = 0$ $X - 3 = 0$ $X + 2 = 0$ $X = 3$ $X = -2$	-
<u>EX7:</u> $X^2 + 3X + 2 = 0$ $\begin{array}{c} X \swarrow + \nearrow 2 \\ x \swarrow + \nearrow 1 \end{array}$ $X + 2 \quad x = 3x$ $(X + 2)(X + 1) = 0$ $X = -2$ $X = -1$	-

بعض المعادلات لا يمكن حلها بطريقة المقص .

لذلك السبب نستخدم القانون الاتي :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث أن

a معامل x^2

b معامل x

c معامل الحد الثالث

EX1:

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$a = 1, b = -1, c = 2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.2}}{2.1} \\ = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8}}{2}$$

تناكير

رقم تخيلي $\sqrt{(-x)}$

EX2:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = 1, b = -1, c = -2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.-2}}{2.1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \\ = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x = \frac{1 - 3}{2}$$

$$x = \frac{1 + 3}{2}$$

EX3:

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$a = 2, b = 3, c = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4.2.-1}}{2.2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

المحاضرة الثانية بتاريخ ٢٠١٥/٥/١٥

حل المعادلات لأكثر من مجهول (الخطية)

أولاً : الطريقة الحسابية :

نقوم بضرب احدا المعادلتين في قيمة ثابتة (إشارة + رقم) ليتمكننا من ذلك التخلص من أحد الحدود بشكل نهائى

EX1:

$$y + x = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$2y + x = 2 \rightarrow \underline{2}$$

بضرب المعادلة 1 في (- 1) و جمع المعادلتين

$$-y - x = -1$$

$$2y + x = 2$$

بالتعويض في المعادلة 1 $y = 1$

$$y + x = 1$$

$$1 + x = 1$$

$$x = 0$$

EX2:

$$3y + 2x = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$-y + 6x = 2 \rightarrow \underline{2}$$

بضرب المعادلة 1 في (- 3) و جمع المعادلتين

$$-9y - 6x = -3$$

$$-y + 6x = 2$$

$$-10y = -1$$

بالتعويض في المعادلة 2 $y = \frac{1}{10}$

$$-y + 6x = 2$$

$$\frac{-1}{10} + 6x = 2$$

$$6x = \frac{1}{10} + 2 \quad \text{بالضرب } \times 10$$

$$60x = 20 + 1 = 21$$

$$x = \frac{21}{60}$$

$$x = \frac{7}{20}$$

ثانياً : طريقة التعويض :

نأخذ احد المعادلتين و نعوض بها في الأخرى

EX1:

$$y + x = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$2y + x = 2 \rightarrow \underline{2}$$

من المعادلة 1

$$x = 1 - y \rightarrow \underline{3} \quad \text{بالتعويض في المعادلة 2}$$

$$2y + 1 - y = 2$$

$$y + 1 = 2$$

$$y = 1 \quad \text{بالتعويض في 3}$$

$$x = 1 - y = 1 - 1 = 0$$

$$y = 0$$

EX2:

$$3y + 2x = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$-y + 6x = 2 \rightarrow \underline{2}$$

من المعادلة 2

$$y = -2 + 6x \rightarrow \underline{3} \quad \text{بالتعويض في المعادلة 1}$$

$$2x + 3(-2 + 6x) = 1$$

$$2x - 6 + 18x = 1$$

$$20x - 6 = 1$$

$$20x = 7$$

$$x = \frac{7}{20} \quad \text{بالتعويض في 3}$$

$$y = -2 + 6x = -2 + 6\left(\frac{7}{20}\right)$$

EX3:

$$y + 2x = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$-y + x = 2 \rightarrow \underline{2}$$

من المعادلة 1

$$y = 1 - 2x \rightarrow \underline{3} \quad \text{بالتعويض في المعادلة } \underline{2}$$

$$-(1 - 2x) + x = 2$$

$$-1 + 2x + x = 2$$

$$-1 + 3x = 2$$

$$3x = 3$$

$$X = 1 \quad \text{بالتعويض في } \underline{3}$$

$$y = 1 - 2 = -1$$

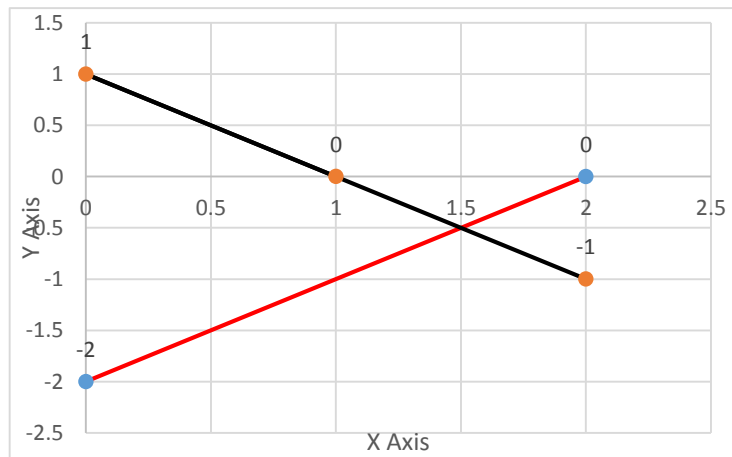
ثالثا : طريقة الرسم البياني :

بالتعويض عن قيم x, y على الرسم لإيجاد نقطة التقاطع

EX1:

$$x + y = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$x - y = 2 \rightarrow \underline{2}$$



بمسوات المعادلتين ببعضهما

$$x + y - 1 = x - y - 2$$

$$y - 1 = -y - 2$$

$$2y = -1$$

$$y = \frac{-1}{2} = -0.5$$

بالتعويض في المعادلة 1

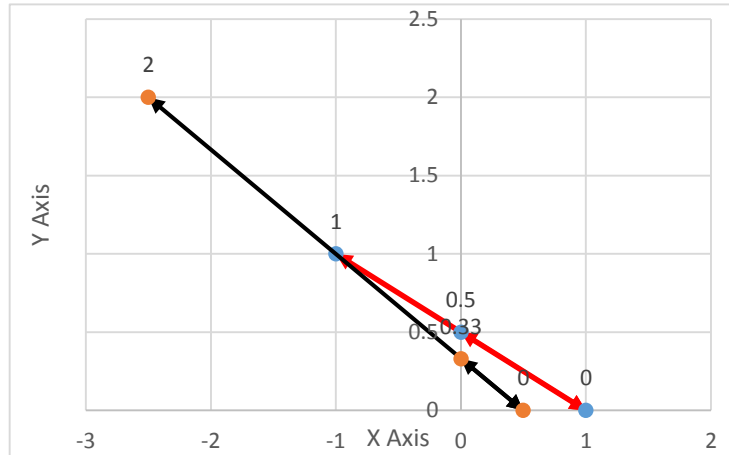
$$x - \frac{1}{2} = 1$$

$$x = \frac{3}{2} = 1.5$$

EX2:

$$2x + 3y = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$x + 2y = 1 \rightarrow \underline{2}$$



بضرب المعادلة 2 في (2) و مساوات المعادلتين ببعضهما

$$\cancel{2}x + 3y - 1 = \cancel{2}x + 4y - 2$$

$$3y - 1 = 4y - 2$$

$$-1 + 2 = 4y - 3y$$

$$1 = y$$

بالتعويض في المعادلة 2

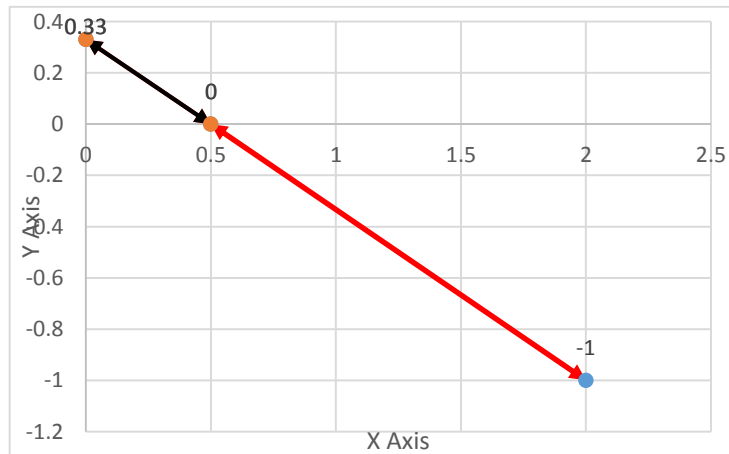
$$X + 2 = 1$$

$$X = -1$$

EX3:

$$2x + 3y = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$4x + 6y = 2 \rightarrow \underline{2}$$



بضرب المعادلة 1 في (-2) و مساوات المعادلتين ببعضهما

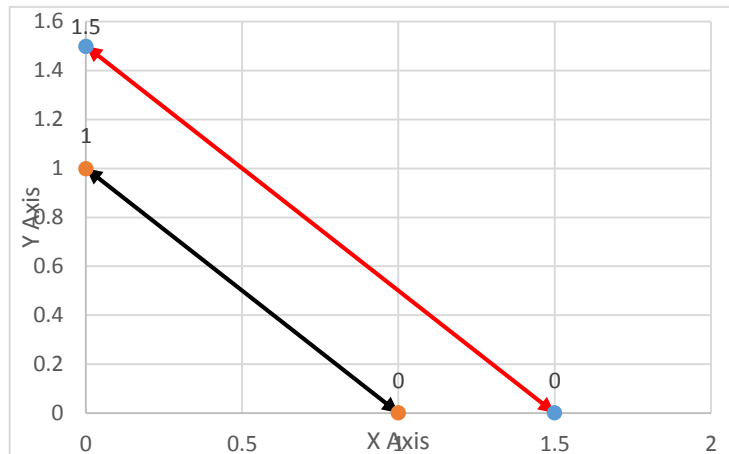
$$-4x - 6y + 2 = 4x + 6y - 2 = 0$$

لها عدد لا نهائي من الحلول

EX4:

$$x + y = 1 \rightarrow \underline{1}$$

$$2x + 2y = 2 \rightarrow \underline{2}$$



بضرب المعادلة 1 في (-2) و مساوات المعادلتين ببعضهما

$$-2x - 2y + 2 = 2x + 2y - 2$$

$$0 + 0 = 1$$

ليس لها حل

لان الحل بالطريقة الحسابية تساوى قيمة ثابتة

المحددات

هى عبارة عن طريقة لعرض البيانات فى أكثر من بعد .

و المحددات لها درجة (عدد الصفوف * عدد الأعمدة) و يكون هنا (عدد الصفوف = عدد الأعمدة)

تحسب قيمة المحدد من الدرجة الثانية 2*2 من خلال القانون العام

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

EX1:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\Delta = (1 * 4) - (3 * 2) = 4 - 6 = -2$$

EX2:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\Delta = (2 * 2) - (1 * 2) = 4 - 2 = 2$$

أما بالنسبة لقيمة المحدد من الدرجة الثالثة 3*3 يتم إجابة بطريقة من الأتيان :

١. المحددات الفرعية :

توضع اشارات وهمية على كل حد ، على أن تبدأ من الاشارة الموجبة + و ان تخالف اشارة ما يجاورها

$$\begin{vmatrix} +a_{11} & -a_{12} & +a_{13} \\ -a_{21} & +a_{22} & -a_{23} \\ +a_{31} & -a_{32} & +a_{33} \end{vmatrix}$$

و يصبح شكل القانون كالآتي :

$$\Delta = +a_{11} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{22} \\ a_{33} & a_{32} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

EX1:

$$\begin{vmatrix} +1 & -2 & +1 \\ -3 & +2 & -1 \\ +1 & -2 & +2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = +1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (4 - 2) - 2(6 - 1) + (6 - 2) = 2 - 10 + 4 = -4$$

EX2:

$$\begin{vmatrix} +1 & -2 & +1 \\ -0 & +2 & -2 \\ +1 & -2 & +1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = +0 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 0 + 2(0) - (0) = 0$$

لو وجد صفين متساويان أو عمودين تكون قيمة المحدد صفر

EX3:

ما قيمة a التي تجعل المحدد يساوى صفر ؟

$$\begin{vmatrix} +1 & -2 & +a \\ -3 & +4 & -3 \\ +1 & -1 & +1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 0 = +1 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + a \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (4 - 3) - 2(3 - 3) + a(3 - 4) = 0$$

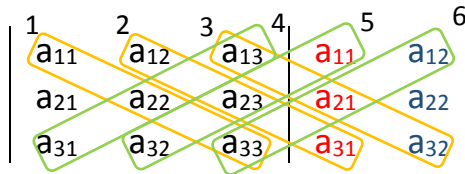
$$\Delta = 1 - 2(0) + a(-1) = 0$$

$$\Delta = 1 - a = 0$$

$$a = 1$$

٢. الطريقة القطرية :

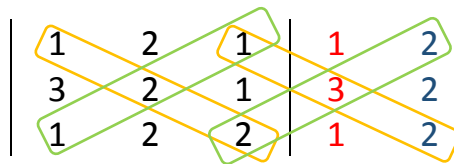
يتم تكرار العمود الأول و الثاني ثم أخذ أقطار و همية و استخدام القانون كما يلي :



$$\Delta = 1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6$$

$$\Delta = (a_{11} a_{22} a_{33}) + (a_{12} a_{23} a_{31}) + (a_{13} a_{21} a_{32}) - (a_{13} a_{22} a_{31}) - (a_{11} a_{23} a_{32}) - (a_{12} a_{21} a_{33})$$

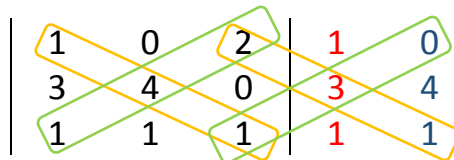
EX1:



$$\Delta = (1*2*2) + (2*1*1) + (1*3*2) - (1*2*1) - (1*1*2) - (2*3*2)$$

$$\Delta = 4 + 2 + 6 - 2 - 2 - 12 = -4$$

EX2:



$$\Delta = (1*4*1) + (0*0*1) + (1*3*2) - (4*2*1) - (0*0*1) - (0*3*1)$$

$$\Delta = 4 + 0 + 6 - 8 - 0 - 0 = 2$$

المحاضرة الثالثة بتاريخ ٢٠١٥/٥/٢٢

التفاضل

هو عبارة عن حساب قيمة المعادلة عند حدوث تغيير صغير جدا في قيمة (x)
رمز التفاضل :

$$\frac{df(x)}{dx} = F'(x)$$

أنواع التفاضل :

أولا : تفاضل الدالة الثابتة :

تفاضل الدالة الثابتة يساوى صفر

$$\begin{aligned} F(x) &= 5 \\ F'(x) &= 0 \end{aligned}$$

ثانيا : تفاضل الدالة كثيرة الحدود :

$$\begin{aligned} F(x) &= x^n \\ F'(x) &= n x^{n-1} \end{aligned}$$

<u>EX1:</u> $F(x) = x^2$ $F'(x) = 2x$	<u>EX2:</u> $F(x) = x^{10}$ $F'(x) = 10x^9$
<u>EX3:</u> $F(x) = 5x^2$ $F'(x) = 5 (2x) = 10x$	<u>EX4:</u> $F(x) = x$ $F'(x) = x^{1-1=0} = 1$
<u>EX5:</u> $F(x) = x^{1/3}$ $F'(x) = \frac{1}{3} x^{-2/3}$	<u>EX6:</u> $F(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$ $F'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2}$

ثالثا : التفاضل الجمعى :

$$\begin{aligned} f(x) \pm g(x) \\ f'(x) \pm g'(x) \end{aligned}$$

<u>EX1:</u> $F(x) = x^3 + x^2 + 1$ $F'(x) = 3x^2 + 2x$	<u>EX2:</u> $F(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ $F'(x) = 6x^2 - 2x$
--	---

EX3:

$$F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + 10x$$

$$= x^{1/2} + x^{-2} + 10x$$

$$F'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} - 2x^{-3} + 10$$

EX4:

$$F(x) = x^{-1/3} + \frac{1}{5x^{2/3}} + \frac{1}{10x}$$

$$= x^{-1/3} + \frac{x^{2/3}}{5} + 10x^{-1}$$

$$F'(x) = \frac{1}{3}x^{-4/3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{-2}{3} x^{-5/3} - 10x^{-2}$$

رابعاً : تفاضل القوس :

$$g(x) = (F(x))^n$$

$$g'(x) = n (F(x))^{n-1} * F'(x)$$

EX1:

$$F(x) = (x + 1)^3$$

$$F'(x) = 3(x + 1)^2 * 1 = 3(x + 1)^2$$

EX2:

$$F(x) = (x^3 - 2x)^5$$

$$F'(x) = 5(x^3 - 2x)^4 * (3x^2 - 2)$$

EX3:

$$F(x) = (2x + 1)^{1/2}$$

$$F'(x) = \frac{1}{2}(2x + 1)^{-1/2} * 2 = (2x + 1)^{-1/2} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$$

خامساً : تفاضل الضربى :

$$f(x) * g(x)$$

$$f'(x) * g(x) \pm g'(x) * f(x)$$

تفاضل الأول * الثانى + تفاضل الثانى * الأول

EX1:

$$F(x) = x\sqrt{x + 1} = x(x + 1)^{1/2}$$

$$F'(x) = 1 * (x + 1)^{1/2} + x\left(\frac{1}{2}(x + 1)^{-1/2}\right)$$

$$= (x + 1)^{1/2} + \frac{x}{2}(x + 1)^{-1/2}$$

EX2:

$$F(x) = x(3x + 1)^4$$

$$F'(x) = 1 * (3x + 1)^4 + x(4(3x + 1)^3 * 3)$$

$$= (3x + 1)^4 + 12x(3x + 1)^3$$

EX3:

$$F(x) = x^3(2x^4 + 1)^3$$

$$F'(x) = 3x^2 * (2x^4 + 1)^3 + x^3(3(2x^4 + 1)^2 * (8x^3))$$

$$= 3x^2 * (2x^4 + 1)^3 + x^3(24x^3(2x^4 + 1)^2)$$

EX4:

$$F(x) = -x^3(x + 3)^{1/2}$$

$$F'(x) = -3x^2(x + 3)^{1/2} - x^3 \cdot \frac{1}{2}(x + 3)^{-1/2}$$

EX5:

$$F(x) = -5(10x^{-3} + 1/x^3)x$$

$$F(x) = -5(10x^{-3} + x^{-3})x$$

$$F'(x) = -5(-30x^{-4} - 3x^{-4})x - 5(10x^{-3} + x^{-3})x$$

حل آخر EX5:

$$F(x) = -5(10x^{-3} + 1/x^3)x$$

$$F(x) = -5(10x^{-2} + x^{-2})$$

$$= -50x^{-2} - 5x^{-2}$$

$$F'(x) = (-50)(-2)x^{-3} - (5)(-2)x^{-3}$$

$$= 100x^{-3} + 10x^{-3}$$

سادسا : تفاضل دالة لو غارتمية :

$F_{(x)} = \ln x$ $F'_{(x)} = \frac{1}{x}$	$F_{(x)} = \ln h_{(x)}$ $F'_{(x)} = \frac{1}{h_{(x)}} h'_{(x)}$
---	--

<u>EX1:</u> $F_{(x)} = \ln 2x$ $F'_{(x)} = \frac{1}{2x} \cdot 2$	<u>EX2:</u> $F_{(x)} = \ln (x+1)^2$ $F'_{(x)} = \frac{1}{(x+1)^2} \cdot 2(x+1)$
<u>EX3:</u> $F_{(x)} = \ln 2x^3$ $F'_{(x)} = \frac{1}{2x^3} \cdot 6x^2$	<u>EX4:</u> $F_{(x)} = \ln 2$ $F'_{(x)} = 0$
<u>EX5:</u> $F_{(x)} = \sqrt{x} \ln 4x$ $= x^{1/2} \ln 4x$ $F'_{(x)} = \frac{1}{2} (x)^{-\frac{1}{2}} \ln 4x + x^{1/2} \frac{4}{4x}$	

سابعا : تفاضل الدالة الأسية :

$F_{(x)} = e^x$ $F'_{(x)} = e^x$	$F_{(x)} = e^{h_{(x)}}$ $F'_{(x)} = e^{h_{(x)}} h'_{(x)}$
-------------------------------------	--

<u>EX1:</u> $F_{(x)} = e^x$ $F'_{(x)} = e^x$	<u>EX2:</u> $F_{(x)} = e^{-x}$ $F'_{(x)} = e^{-x} (-1) = -e^{-x}$
<u>EX3:</u> $F_{(x)} = e^{2x}$ $F'_{(x)} = e^{2x} (2)$	<u>EX4:</u> $F_{(x)} = e^{-(x+3x^2)^5}$ $F'_{(x)} = e^{-(x+3x^2)^5} - 5(x+3x^2)^4 (6x)$
<u>EX5:</u> $F_{(x)} = e^{(-5x+2x)}$ $F'_{(x)} = e^{(-5x+2x)} (-5+2)$ $= -3e^{(-5x+2x)}$	

$$W_{(x)} = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$W'_{(x)} = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}$$

EX1:

$$f_{(x)} = \frac{x}{x+1}$$

$$f'_{(x)} = \frac{1*(x+1) - x(1+0)}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

EX2:

$$f_{(x)} = \frac{x+1}{x^2+1}$$

$$f'_{(x)} = \frac{1*(x^2+1) - 2x(x+1)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2-2x}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1-x^2-2x}{(x+1)^2}$$

EX3:

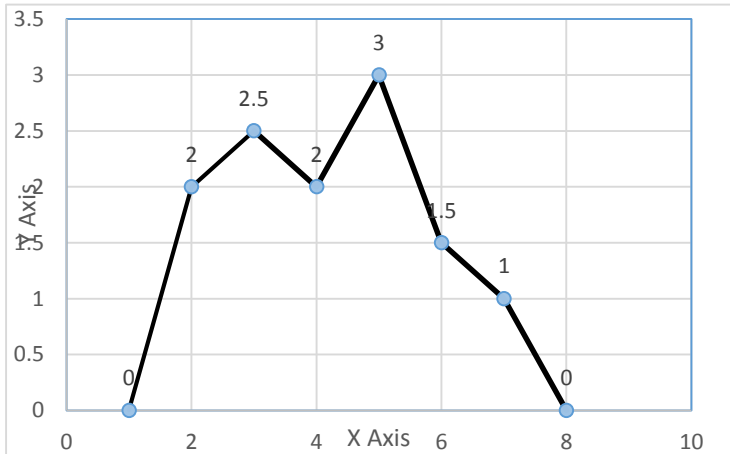
$$f_{(x)} = \frac{\ln x}{e^x}$$

$$f'_{(x)} = \frac{\frac{1}{x} e^x - x \ln x}{(e^x)^2}$$

المحاضرة الرابعة و الأخيرة بتاريخ ٢٠١٥/٥/٢٩

التكامل

هو عبارة عن المساحة المراد معرفتها للدالة



التكامل عكس التفاضل

اشكال التكامل

اولا : تكامل مطلق : $\int$

ليس لها قيمة للبداية أو النهاية

ثانيا : تكامل محدود : $\int_b^a$

لها قيمة بداية عظيمة a و قيمة نهاية صغرى b

هنا يتم التعويض بالحد الأكبر - التعويض بالحد الأصغر

أنواع التكامل :

أولا : تكامل الدالة الثابتة :

$$\begin{aligned} f(x) &= a \\ \int f(x) dx &= a x \end{aligned}$$

EX1:

$$f(x) = 5$$

$$\int 5 dx = 5 \int dx = 5x$$

EX2:

$$f(x) = 3$$

$$\int 3 dx = 3 \int dx = 3x$$

ثانيا : تكامل الدالة كثيرة الحدود :

$$f(x) = x^n$$

$$\int f(x) dx = \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

EX1: $f(x) = x^2$ $\int f(x) dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$	EX2: $f(x) = x$ $\int f(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2}$
EX3: $f(x) = 3x^2$ $\int f(x) dx = \int 3x^2 dx = 3 \frac{x^3}{3} = x^3$	EX4: $f(x) = \frac{1}{2} x^{-3}$ $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int x^{-3} dx = \frac{1}{2} \frac{x^{-2}}{-2}$
EX5: $f(x) = x^{1/2}$ $\int f(x) dx = \int_0^1 x^{1/2} dx$ $= \frac{x^{3/2}}{3/2} \Big _0^1$ $= \frac{1^{3/2}}{3/2} - \frac{0^{3/2}}{3/2} = \frac{1}{3/2} = \frac{2}{3}$	EX6: $f(x) = x^3$ $\int f(x) dx = \int_1^2 x^3 dx$ $= \frac{1}{4} x^4 \Big _1^2$ $= \frac{1}{4} 2^4 - 1^4$

ثالثا : تكامل مجموع دالتين :

$$h(x) = f(x) \pm R(x)$$

$$\int h(x) dx = \int f(x) dx \pm \int R(x) dx$$

EX1: $f(x) = x^3 + x^2$ $\int f(x) dx = \int x^3 dx + \int x^2 dx$ $= \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3}$	EX2: $f(x) = x(x^2 + 3) = x^3 + 3x$ $\int f(x) dx = \int x^3 dx + \int 3x dx$ $= \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2}$
--	--

رابعاً : تكامل القوس :

$$\int (x + 1)^n dx = \frac{(x+1)^{n+1}}{n+1}$$

القوس لابد ان يكون مضروب فى تفاضل ما بداخله لتطبيق القانون السابق

EX1: $f(x) = (x + 1)^3$ $\int f(x) dx = \int (x + 1)^3 dx$ $= \frac{(x+1)^4}{4}$	EX2: $f(x) = 2x(x^2 + 1)^4$ $\int f(x) dx = \int 2x(x^2 + 1)^4 dx$ $= \frac{(x^2+1)^5}{5}$
--	--

خامساً : تكامل الأسى :

$$\int e^x dx = e^x$$

لابد ان يكون معامل الدالة الأسية تفاضل ما بداخله لتطبيق القانون السابق

EX1: $f(x) = e^{-x}$ $\int f(x) dx = \int e^{-x} dx$ بالضرب داخل و خارج التكامل فى (-1) $= - \int -e^{-x} dx$ $= e^{-x}$	EX2: $f(x) = e^{2x}$ $\int f(x) dx = \int e^{2x} dx$ بالضرب داخل التكامل 2 و خارج التكامل فى $(\frac{1}{2})$ $= \frac{1}{2} \int 2e^{2x} dx$ $= \frac{1}{2} e^{2x}$
EX3: $f(x) = x e^{(2x)^2}$ $\int f(x) dx = \int x e^{(2x)^2} dx$ بالضرب داخل التكامل 4 و خارج التكامل فى $(\frac{1}{4})$ $= \frac{1}{4} \int 4x e^{(2x)^2} dx$ $= \frac{1}{4} e^{(2x)^2}$	EX4: $f(x) = (2x + 1) e^{(x^2+x)}$ $\int f(x) dx = \int (2x + 1) e^{(x^2+x)} dx$ $= e^{(x^2+x)}$